Тема: “Комплексные числа”.

Алгебраическая и геометрическая форма комплексных чисел. Действия над КЧ в алгебраической форме.

N- натуральные (1,2,3,…).⇨ Z- целые (–17 ; +23 и тд)⇨ Q- дробные (-35,7 ; +69,31 ; +3,14159265359)⇨ R- действительные, вещественные ⇨ C- комплексные числа

Число, квадрат которого равен –1 называется мнимой единицей и обозначается *i* или *j*:

$$\boxed{j^2 = -1}$$

Степени мнимой единицы:

$j^1 = j$
$j^2 = -1$
$j^3 = -1$
$j^4 = 1$
$j^5 = j^4 \cdot j = j$

$$\boxed{\begin{aligned} j^{4k} &= 1 \\ j^{4k+1} &= j \\ j^{4k+2} &= -1 \\ j^{4k+3} &= -j \end{aligned}}$$

Ex $j^{113} = j^{4*28+1} = j$
$(-j)^{39} = (-1)^{39} * j^{39} = -1*j^{4*9+3} = -1*(-j) = j$

Мнимым числом называется произведение мнимой единицы на действительное число.

Ex 3j – мнимое; 3 – действительное

Комплексным числом называется число вида ***a+bj***, где *a* и *b*-произвольные действительные числа, *j* – мнимая единица; *a –действительная часть КЧ; b – коэффициент мнимой части*. Такая форма называется *алгебраической.*

КЧ называются ***равными***, если равны их действительные части и коэффициенты мнимых частей.

$z_1=z_2$, если $a_1=a_2$, а $b_1=b_2$

КЧ ***равно 0*** если равны нулю его действительная часть и коэффициент мнимой части.

z=0 , если a=0 и b=0

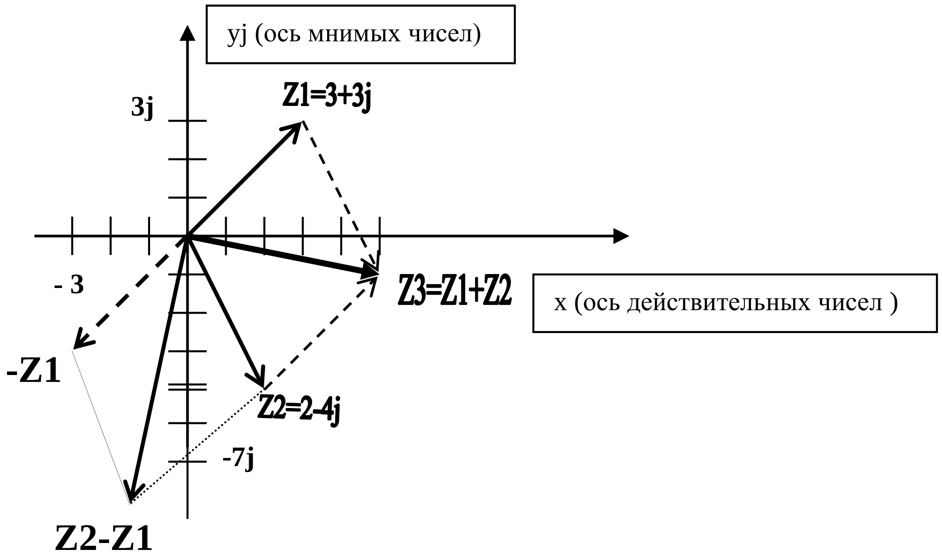
Модулем кч Z называется квадратный корень из суммы квадратов его действительной и коэффициента мнимой части. Модуль обозначается:

$$\boxed{\rho = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

КЧ называются ***сопряженными***, если они различаются только знаком коэффициента мнимой части. Модули сопряженных чисел равны.

$z_1=a+bj \qquad z_2=a-bj \qquad \rho_1=\rho_2$

Каждому КЧ в комплексной плоскости ставится в соответствии одна, и только одна точка; или один, и только один вектор с началом в начале координат и концом в точке с координатами a и b.



Действия над кч в алгебраической форме.

Складывать и вычитать КЧ можно только в алгебраической форме. Извлечения корня в алгебраической форме не делают.

$$z_1=a_1+b_1 j \qquad z_2=a_2+b_2 j$$

1) $z_1+z_2=a_1+b_1 j+a_2+b_2 j=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)j$

2) $z_1-z_2=a_1+b_1 j-a_2-b_2 j=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)j$

3) $z_1\cdot z_2=(a_1+b_1 j)\cdot(a_2+b_2 j)=a_1a_2+a_1b_2 j+a_2b_2 j+b_1b_2 j^2=a_1a_2+(a_1b_2+a_2b_1)j-b_1b_2=$
$=(a_1a_2-b_1b_2)+(a_1b_2+a_2b_1)j$

4) $\frac{z_1}{z_2}=\frac{a_1+b_1 j}{a_2+b_2 j}$[*домножаем* на число, сопряженное <u>знаменателю</u> $a_2-b_2 j$]=
$=\frac{(a_1a_2-b_1(-b_2))+(a_1(-b_2)+a_2b_1)j}{a_2^2+b_2^2}=\frac{a_1a_2+b_1b_2}{a_2^2+b_2^2}+\frac{a_2b_1-a_1b_2}{a_2^2+b_2^2}j$

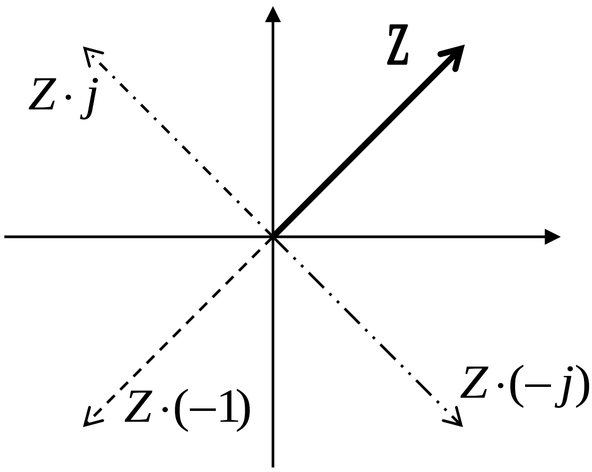
5) Возведение в степень - по формулам сокращенного умножения

<u>Свойства сопряженных чисел.</u>

(доказать самостоятельно)

1. Сумма двух сопряженных чисел есть число, равное $2a$.
2. Разность двух сопряженных чисел есть мнимое число, равное $2bj$.
3. Произведение сопряженных чисел есть квадрат модуля.

Геометрическое умножение на $\pm j$ и на -1



Умножению числа на j соответствует поворот вектора на 90^0 в положительном направлении (против часовой стрелки).

Умножению числа на –j соответствует поворот вектора на 90^0 в отрицательном направлении (по часовой стрелке).

Умножению на –1 соответствует поворот вектора на 180^0.

Допуск к практической работе №1

(на двойном листочке)

$z_1=-3+5j$	z_1+z_2;	$z_1 * z_2$;	z_1^2
$z_2=2-7j$	z_1-z_2;	$\frac{z_1}{z_2}$;	z_2^2

Изобразить геометрически: z_1+z_2; z_1-z_2; $z_1 * j$; $z_2 * (-j)$; $z_1 * j(-1)$